

UMU REPORTS IN STEM EDUCATION 2025:3

Fyra metaforer för tal

Anna Ida Säfström

Institutionen för naturvetenskapens och matematikens didaktik



UMEÅ UNIVERSITET

ISSN 3035-837X
ISBN 978-91-8070-881-4

Fyra metaforer för tal © 2025 av Anna Ida Säfström är licensierad under [CC BY-NC-ND 4.0](#)

Umeå reports in STEM education publicerar texter med anknytning till didaktisk forskning om STEM-ämnena: naturvetenskap, teknik, ingenjörsvetenskap och matematik. Texterna i denna rapportserie genomgår ingen granskningsprocess, utöver en bedömning av att syftet och villkoren för rapportserien är uppfyllda. Författarna är fullt ut ansvariga för vetenskaplig kvalitet, att etiska riktlinjer följs, att relevanta rättigheter för publicering av bilder finns, språkgranskning, layout samt att texterna i övrigt följer relevanta regler och god praxis.

Du har tillstånd att:

Dela – kopiera och vidare distribuera materialet oavsett medium eller format. Licensgivaren kan inte återkalla dessa friheter så länge du följer licensvillkoren.

På följande villkor:

Erkännande – Du måste ge [ett korrekt erkännande](#), ange en hyperlänk till licensen, och [ange om bearbetningar är gjorda](#). Du behöver göra så i enlighet med god sed, och inte på ett sätt som ger en bild av att licensgivaren stödjer dig eller ditt användande.

IckeKommersiell – Du får inte använda materialet för [kommersiella ändamål](#).

IngaBearbetningar – Om du [remixar, transformerar, eller bygger vidare på](#) materialet, får du inte distribuera det modifierade materialet.

Inga ytterligare begränsningar – Du får inte tillämpa lagliga begränsningar eller [teknologiska metoder](#) som juridiskt begränsar andra från att göra något som licensen tillåter.

Anmärkningar:

Du behöver inte följa licensvillkoren för de delar av materialet som finns i public domain eller där ditt användande är tillåtet av en tillämplig [undantag eller begränsning](#).

Inga garantier ges. Licensen ger eller ger dig inte alla de nödvändiga villkoren för ditt tänkta användande av verket. Till exempel, andra rättigheter som [publicitet, integritetslagstiftning, eller ideella rättigheter](#) kan begränsa hur du kan använda verket.

Referera till denna rapport genom att ange:

Säfström, A. I. (2025). *Fyra metaforer för tal* (UmU Reports in STEM Education 2025:3). Umeå universitet.

https://www.umu.se/globalassets/organisation/fakulteter/teknat/institutionen-for-naturvetenskapernas-och-matematikens-didaktik/urSTEME/URSTEME_2025_3.pdf

Matematik är ett kraftfullt verktyg för att beskriva och hantera en mängd olika mänskliga erfarenheter. Troligen beror det på att matematik är skapad utifrån just dessa erfarenheter, och att till exempel *fem* är den gemensamma egenskapen dragen ur erfarenheter av en mängd olika situationer där *fem* har haft en mening. För att skapa sig ett talbegrepp behöver man dra ut (*abstrahera*) detta begrepp från egna, rika erfarenheter. Ingen enskild erfarenhet fångar allt det som tal är.

Redan då vi är några dagar gamla kan vi se skillnad på samlingar av två och tre objekt, och höra skillnad på två- och trestaviga ord, men det är först flera månader senare vi kan koppla samman antal ljud och antal objekt (Wynn, 1992). Vi behöver erfarenheter av ljud- och synintryck, men också erfarenheter av att dessa två koordineras, för att kunna abstrahera den gemensamma egenskapen "antal". Barn får också många sådana erfarenheter i det vardagliga samspelet med vuxna och äldre barn, till exempel då någon pekar och benämner saker eller bilder i en bok. Det räcker dock inte. Talbegreppet inbegriper fler situationer än de som barn vanligen får erfara i vardagen.

Enbart erfarenheter räcker heller inte för att förstå nya aspekter av tal. Det krävs stöd för att koppla samman erfarenheterna och abstrahera talegenskaper från dem. Här har du som lärare en viktig uppgift. Lika viktigt är det dock att som lärare skapa möjligheter för eleverna att erfara många olika situationer där tal kan användas – *man kan inte abstrahera från erfarenheter man inte har!* Alltför ensidiga exempel och representationer av tal kan alltså utgöra ett hinder för att utveckla god talförståelse.

När man som vuxen redan har utvecklat ett talbegrepp kan det vara svårt att se att tal är flera olika saker; man är så van att se de olika sakerna som det enhetligt sammansatta begrepp vi kallar tal. Som lärare kan omedvetenheten leda till att man inte synliggör (de ofta avancerade!) kopplingarna mellan olika situationer, och att man inte ger eleverna tillräckligt många och rika exempel.



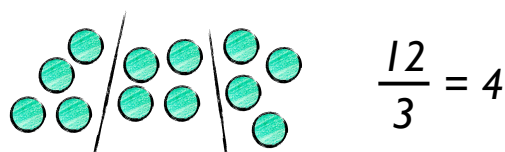
Ett robust talbegrepp bygger på erfarenheter av flera olika vardagliga situationer. Som lärare har du en viktig roll att skapa möjligheter att erfara och koppla samman olika situationer — eleverna kan inte abstrahera från erfarenheter de inte har!

De fyra talmetaforerna

Lakoff och Núñez (2000) skriver i boken *Where mathematics comes from* om fyra grundläggande metaforer för aritmetik och tal: samlingar av objekt, konstruktion av objekt, mätning, och rörelse längs en väg. De fyra metaforerna är i sig abstraktioner av familjer av situationer där tal har vissa betydelser. Varje metafor speglar vissa egenskaper hos tal och ger olika sätt att tänka på addition, subtraktion, multiplikation och division, men ingen av dem fångar allt det tal är.

Tal som samlingar av objekt

Den första metaforen, tal som *samlingar av objekt*, kan kopplas till tidiga erfarenheter, som när vuxna hjälper barnet att koppla samman talramsan, föremål och antal genom att peka, räkna och upprepa sista räkneordet (Paliwal & Baroody, 2018). Med tal som samlingar kan vi jämföra tal genom att jämföra antalet objekt i två samlingar, och addera två tal genom att lägga samman motsvarande samlingar. Metaforen passar bäst för de naturliga talen, eftersom de enskilda objekten oftast ses som odelbara. Genom erfarenheter av tal som objektsamlingar kan barn lära sig grundläggande principer som att antalet är det samma oavsett i vilken ordning vi räknar eller om vi flyttar runt objekten, att man alltid kan lägga till ytterligare ett objekt i samlingen, och att man kan lägga samman två samlingar och få reda på det totala antalet genom att räkna vidare från antalet i den ena samlingen. Konkreta föremål och schematiska bilder är viktiga modeller kopplade till denna metafor. Det är via denna metafor som uttryck som ”tre är *färre* än fem” och ”sju är *fler* fyra” får mening.

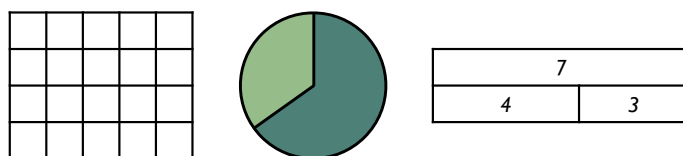


Metaforen speglar dock andra egenskaper hos tal mindre bra. Ser vi tal enbart som samlingar av föremål är det svårt att förstå rationella tal (till exempel 2,43) och att det finns tal under noll.

Tal som konstruktion av objekt

Med hjälp av den andra metaforen, *konstruktion av objekt*, ser vi varje tal som en helhet, snarare än en samling av helheter. Istället för att samla föremål, bygger vi tal genom att sätta ihop mindre tal (eller objekt genom att sätta ihop mindre objekt). Det finns fortfarande ”ettor”, eller enheter, som utgör byggstenar för de större talen, men vi kan tänka oss att talen kan delas upp på andra sätt än i enheterna, till exempel att fem kan delas i två lika stora delar.

Detta gör att metaforen också kan användas för att förstå egenskaper hos bråk, vilket utvidgar talmängden till de rationella talen. Till exempel kan man genom att dela ettan i n lika stora delar och sedan ta n sådana delar förstå att n stycken n -tedelar är 1. Det är också lätt att inse att man behöver ha likadana delar för att kunna jämföra bråktal, till exempel att en tredjedel är mindre än en halv eftersom två sjättedelar är mindre än tre sjättedelar.



Representationer som använder tre olika areamodeller för tal: rutmönstermodellen, cirkelmodellen och blockmodellen.

Areor och block är vanliga modeller kopplade till denna metafor. I rutmönstermodellen och cirkelmodellen representeras tal som areor. Rutmönstermodellen synliggör multiplikativa uppdelningar och kan användas för att representera både bråktal och heltal. Cirkelmodellen passar bäst för att representera tal mindre än ett. I blockmodellen (eng. *bar model*) representeras tal som långa block av bredd ett, och likheter representeras som två lika långa block. Den passar bäst för att representera additiva uppdelningar och används mycket i Singapore och Japan.

Metaforen beskriver tal som uppbyggda av andra tal, och lämpar sig därför väl för att förstå olika talrelationer, både additiva, som tiokompisar, och multiplikativa, som dubblingar, faktorisering och bråk. Relativt denna metafor är det rimligare att säga att ”tre är *mindre* än fem” och ”sju är *större* än fyra”. Det är dock även i denna metafor svårt att få grepp om negativa tal.

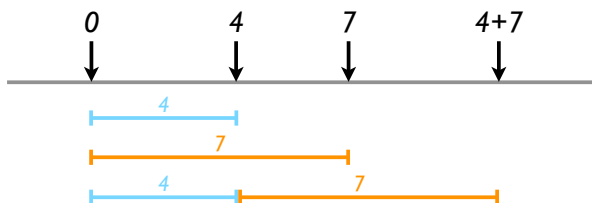
Tal som mätning med sticka eller snöre

I den tredje metaforen ses tal som mått. Ett mått är i sig en abstraktion; flera saker kan ha samma mått, även om de är olika saker. Lakoff och Núñez talar endast om längdmått och *mätning* med sticka eller snöre. Talet ett blir den enhet vi utgår ifrån: en meter, en centimeter, en pinne, eller en fotlängd. Precis som med konstruktion av objekt kan man enkelt representera stambråk (bråk med ett i täljaren) som delar av enheten. I denna metafor är varje längd ett tal, vilket leder till upptäckten av tal som inte kan uttryckas på bråkform. Detta utvidgar talmängden till de reella talen: längden av diagonalen på en kvadrat med sidan är ett tal (betecknat $\sqrt{2}$), precis som omkretsen på en cirkel med radie ett (betecknat π). Via denna metafor kan vi prata om avstånd mellan tal, och se dessa avstånd som tal i sig själva. Därför är denna metafor viktig för att förstå subtraktion som skillnad, och därigenom egenskaper hos subtraktion.

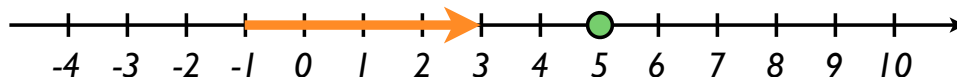
Ingen av de tre första metaforerna ger goda möjligheter att visualisera talet 0, även om det finns med som en implicit utgångspunkt. Negativa tal kan inte heller kopplas till de tre första metaforerna.

Tal som rörelse längs en väg

Den fjärde metaforen beskriver operationer på tal som *rörelse längs en väg*. Rör vi oss framåt adderar vi, rör vi oss bakåt subtraherar vi. Eftersom vi måste börja någonstans finns det en naturlig nollpunkt, och eftersom vi kan röra oss bakåt från varje punkt finns det negativa tal. Även om vi bestämmer en enhet, eller ”etta”, är det uppenbart att det finns delavstånd mellan 0 och 1, och mellan vilka andra tal som helst. Vi ser en koppling mellan en position på vägen och avståndet från 0 till denna position, då man hamnar på positionen $a + b$ genom att först ta sig avståndet från 0 till a , och därefter fortsätta samma avstånd som mellan 0 och b . Till exempel hamnar man på positionen $4 + 7$ genom att först gå avståndet från 0 till 4, och sedan gå från 4 lika långt som det är från 0 till 7.



Metaforen är nära förbunden med tallinjen och de två representationerna av tal på tallinjen: punkter och riktade avstånd (pilar).



Idéer som "tals grannar" och uttryck som "7 är närmre 3 än 13" och "räkna vidare från 30 till 60" härrör från denna metafor.

Representationer & modeller

Nära förknippat med metaforer är *modeller* för och *representationer* av tal. Olika forskare menar olika saker när de pratar om modeller och representationer. Ett sätt är att använda ordet *representation* för enskilda representationer, till exempel en specifik tallinje, ett blockbygge eller ett uttryck, medan ordet *modell* används för system för hur man konstruerar och förändrar en klass av representationer för olika situationer och sammanhang. Exempel på modeller är vårt talsystem, tallinjemodellen, blockmodellen och rutmönstermodellen. Man kan använda en eller flera av dessa modeller för att skapa en representation av ett tal eller av en talrelation, och för att förändra en representation som stöd för eller kommunikation av sitt tänkande.



Tre representationer av talet sex: den första använder vårt talsystem, den andra rutmönstermodellen, och den tredje tallinjen.

I matematikdidaktisk forskning är det vanligt att prata om konkreta, representativa och abstrakta representationer, men dessa termer har på senare tid fått viss kritik för att vara svåra att särskilja och för att inte tillräckligt väl fånga centrala egenskaper hos representationer. Ett annat sätt att tänka på representationer är i termer av *rörelsemodeller*, *avbildande modeller*, och *symbolmodellen*.

Rörelsemodeller

I rörelsemodeller används konkret material och kroppen för att skapa representationer, ibland i kombination med bilder. Huvudegenskapen hos rörelsemodeller är att representationerna skapas och omskapas genom fysiska rörelser. Till exempel kan knappar flyttas om för att visa hur en uppdelning av talet 5 i 2 och 3 kan göras om till en uppdelning i 1 och 4, eller två steg tas bakåt på en tallinje för att visa att 7 är två steg före 9.

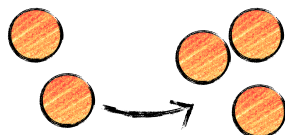


Att använda en rörelsemodell innebär att faktiskt utföra de rörelser som är grunden för en av talmetaforerna. Metaforen blir verklighet genom att talen faktiskt är samlingar av objekt, konstruktioner av objekt, längder, eller rörelser längs en väg. Detta är den stora fördelen med rörelsemodeller: att elever får konkreta erfarenheter av att operera med tal och hur olika handlingar leder till olika resultat.

En nackdel med rörelsemodeller är att varken representationen man startade med eller rörelserna som förändrade den finns kvar när rörelserna är utförda. Detta kan göra det svårare att kommunicera om sina strategier, och att jämföra olika representationer.

Avbildande modeller

I avbildande modeller används bilder som representationer. Att skapa eller omskapa bilder kräver förstås också rörelser, men det är inte dessa rörelser som är grunden för talmetaforerna. Att till exempel rita hur man flyttade över en knapp från delen 2 till delen 3 och fick den nya uppdelningen 1 och 4 innebär inte att faktiskt flytta knappen, utan att till exempel rita de två sätten tillsammans med en pil som visar hur knappen flyttades eller genom att kryssa över en knapp och rita dit en på ett annat ställe.



Till skillnad från rörelsemodeller kan avbildande modeller skapa spår av hela händelseförlopp: representationen man startade med, vilka rörelser som utfördes, och den resulterande representationen. Detta är en klar fördel, som kräver att rörelser faktiskt representeras när avbildande modeller används, vilket i sin tur kräver att rörelserna tidigare har utförts, det vill säga att eleverna tidigare har arbetat med samma idéer i rörelsemodellen. Avbildande modeller kan då användas för att representera rörelserna – först hur man gjorde och senare hur man skulle göra om man faktiskt utförde rörelserna.

Symbolmodellen

I symbolmodellen används uttryck med siffror och tecken som representationer. Här pratar vi endast om en modell, och avser då det konventionella sättet att använda arabiska siffror i vårt positionssystem tillsammans med vedertagna matematiska tecken som plustecknet, minustecknet, och likhetstecknet.

Symbolmodellen är den mest abstrakta modellen och är inte knuten till någon specifik metafor. Detta är en av dess stora fördelar eftersom det gör att den inte låser användaren vid ett sätt att tänka. Den är också mycket koncis. Dessa fördelar är dock också dess nackdelar, eftersom det gör att modellen inte i sig bär på någon mening eller utgör något stöd för tänkandet. Den blir bara meningsfull och användbar om den som använder den vet hur den är kopplad till rörelsemodellerna. Den bör därför introduceras som ytterligare ett sätt att representera rörelserna, där bilderna ersatts av skrivna tal. Den kan då bli ett kraftfullt verktyg för eleverna att tänka och för klassen att kommunicera om olika sätt att tänka.

$$2 + 3 = 1 + 4$$

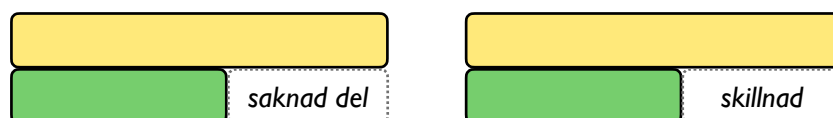
Symbolmodellen är den man kanske främst tänker på när man tänker på matematik, men alla tre typer av modeller – tillsammans med talat språk – behövs för att utveckla och kommunicera matematisk förståelse. Rörelsemodeller och avbildande modeller är precis lika matematiska som symbolmodellen, och utan den mening som skapas av rörelsemodeller och avbildande modeller är symbolmodellen inte matematik. Inte ens avancerade matematiska texter består av enbart symbolmodellen utan innehåller också alltid skriven text och ofta bilder. För att minska risken att eleverna ser symbolmodellen som det som är ”riktig” matematik eller som ”mer matematisk” än att använda konkret material och att rita, kan det vara bra att prata om symbolmodellen som just ”symbolmodellen” eller ”siffror och tecken”, snarare än som ”mattespråket”.

Att välja modeller och konkret material

Eftersom olika resonemang om tal bygger på olika metaforer behövs flera olika rörelsemodeller, och därmed olika typer av konkret material:

METAFOR	RÖRELSEMODELLER	AVBILDANDE MODELLER	SYMBOLMODELLEN
<i>Samlingar av objekt</i>	Många lika: vardagsföremål, natur- eller plockmaterial. Händernas fingrar	Ritade föremål	Siffror och tecken
<i>Konstruktion av objekt</i>	Olika typer av block, t ex: – sammanfogbara block – cuisenairestavar – tiobasmaterial – utklippta block	Blockmodellen Rutmönstermodellen	
<i>Mätning</i>	Tallinjer tillsammans med block	Tallinjer på papper med ritade avstånd	
<i>Rörelse längs väg</i>	Tallinjen på golvet och väggen med rörelse av kroppen eller handen	Tallinjer på papper med ritade positioner och hopp	

Om syftet är att eleverna ska upptäcka eller lära sig en specifik idé, så bör det konkreta materialet väljas så att idén kan representeras med det konkreta materialet som rörelsemodell. Ovan visades hur ett antal likadana föremål kan användas för att representera idén omgruppering av den additiva uppdelningen $2 + 3$ till $1 + 4$ genom metaforen samlingar av objekt, och hur det kan avbildas och dokumenteras i symbolmodellen. Om idén istället är sambandet mellan additiva delhelhets- och jämförelsesituationer, kan block vara ett bättre valt material. I blockmodellen representeras likhet som lika längd, vilket gör att skillnad och saknad del representeras på samma sätt.



Många lika

För den första metaforen behövs föremål som kan samlas, så att samlingar enkelt kan omgrupperas, läggas ihop och delas upp. Ibland benämns sådant material "counters". Om fokus ska ligga på metaforen samlingar av objekt bör föremålen inte kunna byggas ihop. För att hålla fokus på antal är det bra om föremålen ser likadana ut och har få detaljer. Ett exempel är släta träknappar, som är enkla att flytta runt på en bordsyta, ser likadana ut, har samma färg på båda sidor, och är svåra att stapla på varandra.

Block

För den andra och tredje metaforen är någon form av block ett bra val. Olika typer av block har olika egenskaper. Sammanfogbara kuber (t.ex. multilink) har fördelen att de kan användas både för blockmodellen och rutmönstermodellen. En nackdel är dock att varje etta alltid är synlig. Representationer med synliga ettor kan styra in elever på "räkna alla"-strategier som är ineffektiva, lätt blir fel och inte synliggör de relationer och samband som är tänkta att vara i fokus (Kosko, 2020). Detta gäller tyvärr även det mesta tiobasmaterial som finns på marknaden. Ett alternativ

utan synliga ettor är cuisenairestavar. Om syftet är att arbeta med flersiffriga tal bör dock bara stavar av längderna ett, fem och tio användas.

Block utklippta i papper gör det möjligt att dela dem på andra ställen än mellan ettor och därmed representera halvor och andra bråktal.



Tallinjer

För den tredje och fjärde metaforen är tallinjer lämpliga. En stor tallinje på golvet gör det möjligt för eleverna att faktiskt röra sig fram och tillbaka längs den, vilket kan stärka metaforen rörelse längs en väg. För att eleverna ska uppmärksamma betydelsen av avstånd och positioner behöver de få arbeta med tallinjeuppgifter där tal ska placeras någonstans mellan givna streck eller där streck är ojämnt utplacerade. Om tal enbart ska kopplas till ett av flera jämnt utplacerade streck blir uppgiften väsentligen en talrads- eller talföljdsuppgift, som inte kräver att eleven funderar över avstånd.

Referenser

- Kosko, K. W. (2020). The multiplicative meaning conveyed by visual representations. *The Journal of Mathematical Behavior*, 60, 100800.
- Lakoff, G., & Núñez, R. E. (2000). *Where mathematics comes from*. Basic books.
- Paliwal, V., & Baroody, A. J. (2018). How to best teach the cardinality principle? *Early Childhood Research Quarterly*, 44, 152–160.
- Wynn, K. (1992). Evidence against empiricist accounts of the origins of numerical knowledge. *Mind & Language*, 7(4), 315–332.

UmU Reports in STEM Education

- 2025:1 Lithner, Johan, Säfström, Anna Ida, Palmberg, Björn, Sidenvall, Johan, Granberg, Carina, Andersson, Catarina, Boström, Erika & Palm, Torulf. *En lärarguide för att stödja elevers problemlösning*. ISBN 978-91-8070-585-1
- 2025:2 Lithner, Johan, Säfström, Anna Ida, Palmberg, Björn, Sidenvall, Johan, Granberg, Carina, Andersson, Catarina, Boström, Erika & Palm, Torulf. *A teacher guide for supporting students' problem solving*. ISBN 978-91-8070-675-9
- 2025:3 Säfström, Anna Ida. *Fyra metaforer för tal*. ISBN 978-91-8070-881-4

