Institutionen för matematik
och matematisk statistik
Fredrik Ohlsson

UMEÅ UNIVERSITET

Extra repetitionsuppgifter i matematik Tekniskt-Naturvetenskapligt Basår

Det här kompendiet innehåller extra repetitionsuppgifter i matematik, utöver de som finns i kompendiet *Matematikrepetition Tekniskt-Naturvetenskaplig Basår*, för dig som skall läsa basårets matematikkurser. Ytterligare repetitionsuppgifter hittar du i kursboken *Matematik 7000 fortsättning 1c Basåret*.

1 Grundläggande aritmetik

1.1 Beräkna

a) $8 + 2^3 - 3 \cdot (1-3)^2$

b) $\dfrac{(7+5)}{4} \cdot \dfrac{(-1)}{3}$

c) $\dfrac{(-2)^3}{8} + \dfrac{3}{7}$

d) $\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{8}$

1.2 Förenkla följande bråk så långt som möjligt

a) $\dfrac{15}{3}$ b) $\dfrac{15-17}{6}$ c) $\dfrac{2^8}{8^3}$ d) $\dfrac{21}{315}$

1.3 Beräkna

a) $\dfrac{10}{3} \cdot \left(\dfrac{1}{5} - \dfrac{4}{5}\right)$ b) $\dfrac{(7 \cdot (3-5) + 2 \cdot 3)^2}{3-5} \cdot \dfrac{2}{5}$ c) $\left(\dfrac{\frac{1}{4} - \frac{5}{16}}{\frac{5}{8}}\right)^3$

2 Algebraiska uttryck

2.1 Utveckla och förenkla följande uttryck så långt som möjligt.

a) $(x^2 - 5x)(2x + 1)$

b) $(a^2 + 2a + 5)(3a^2 - 2a + 3)$

c) $(5x^2 + xy - y^2)(xy - 3x^2 - 3y^2)$

d) $(a^2 + 1)(a + 1)(1 + 2a - a^2)$

2.2 Faktorisera följande uttryck så långt som möjligt.

a) $4x^2 + 20x + 8xy$

b) $2x^2 - 2a^2 + b(x + a)$

c) $y^2 - 6y + 8 + (y - 2)$

d) $x^2 + 1$

2.3 Visa att följande likheter mellan algebraiska uttryck gäller:

a) $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

b) $(a + b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

c) $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

d) $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

3 Funktioner, ekvationer och olikheter

3.1 Låt $f(x) = 6x^2 + 2$.

a) Bestäm $f(a + 3)$ om $a = 1$.

b) Förenkla $f(3 + h) - f(3)$.

c) Förenkla $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$.

3.2 Lös följande ekvationer algebraiskt.

a) $5x + 1 = -(x + 3)$

b) $x + 1 = 2x - 2$

c) $(x + 1)^2 = 2x$

d) $(x - 1)^2 = (x - 1)(x - 2)$

3.3 Låt $f(x) = x^2 - 3$ och $g(x) = 2x - 5$. Lös ekvationen $f(2x) = g(x + 3)$ algebraiskt.

4 Linjära funktioner och räta linjens ekvation

4.1 Lös följande ekvationer och olikheter algebraiskt och illustrerar lösningsmängderna grafiskt.

a) $x + 1 = -x - 3$

b) $x + 4 > 2$

c) $x - 1 = x + 3$

d) $2x \leq x$

4.2 Låt $f(x) = 2x + 3$ och $g(x) = x - 1$. Lös ekvationen $f(2x) = g(-x)$ och illustrera lösningen som skärningspunkten mellan två linjer.

4.3 Bestäm ekvationen för följande räta linjer på allmän form.

a) Linjen med lutning $k = 1$ genom punkten $(0, -1)$

b) Linjen med lutning $k = -2$ genom punkten $(1, 1)$

c) Linjen genom punkterna $(1, 0)$ och $(1, 2)$

d) Linjen genom punkterna $(1, -1)$ och $(-2, 1)$

5 Andragradsfunktioner och -ekvationer

5.1 Bestäm samtliga lösningar till följande ekvationer.

a) $(-x)^2 = 4$

b) $(x+1)^2 = 1$

c) $x^2 - 2 = 0$

d) $x(x-1) = 0$

5.2 Lös följande andragradsekvationer.

a) $x^2 + 4x + 4 = 0$

b) $-x^2 - 6x + 10 = 0$

c) $2x^2 + 8x - 1 = 0$

d) $x^2 - 2x + 3 = 0$

5.3 Bestäm för vilka värden på c som ekvationen $x^2 + bx + 1 = 0$ har

a) en lösning,

b) två olika lösningar,

c) inga lösningar.

A Svar och lösningar

A.1 Grundläggande aritmetik

1.1 a) 4 b) -1 c) $-\frac{4}{7}$ d) $\frac{7}{8}$

1.2 a) 5 b) $-\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{1}{15}$

1.3 a) -2 b) $-\frac{64}{5}$ c) $-\frac{8}{125}$

A.2 Algebraiska uttryck

2.1 a) $2x^3 - 9x^2 - 5x$

b) $3a^4 + 4a^3 + 14a^2 - 4a + 15$

c) $-15x^4 + 2x^3y - 11x^2y^2 - 4xy^3 + 3y^4$

d) $-a^5 + a^4 + 2a^3 + 2a^2 + 3a + 1$

2.2 a) $4x(x + 2y + 5)$

b) $(x + a)(2x - 2a + b)$

c) $(y - 3)(y - 2)$

d) Uttrycket kan inte faktoriseras

2.3 Utveckla och förenkla båda led i likheterna.

A.3 Funktioner, ekvationer och olikheter

3.1 a) 98 b) $36h + 6h^2$ c) $12a + 6h$

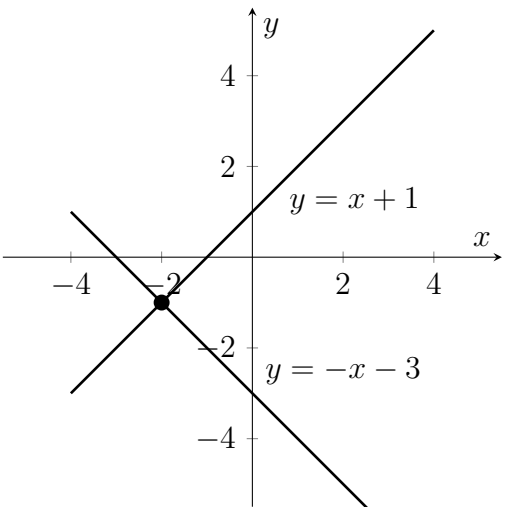
3.2 a) $x = -\frac{2}{3}$ b) $x = 3$ c) lösningar saknas d) $x = 1$

3.3 Ekvationen har lösningarna $x = \dfrac{1 \pm \sqrt{17}}{4}$.

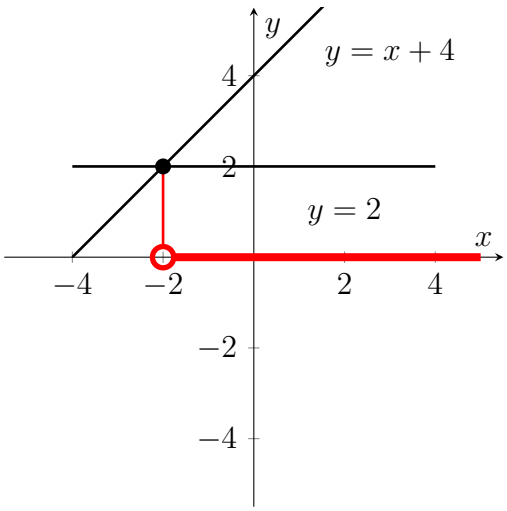
A.4 Linjära funktioner och räta linjens ekvation

4.1

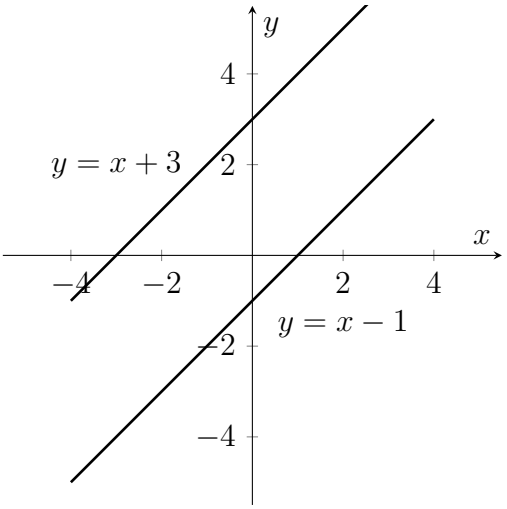
a) $x = -2$



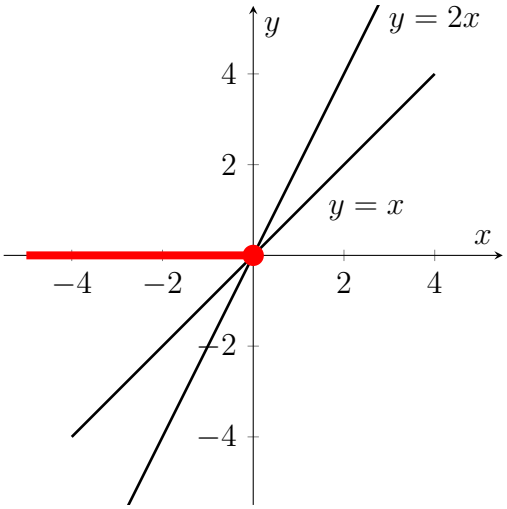
b) $x > -2$



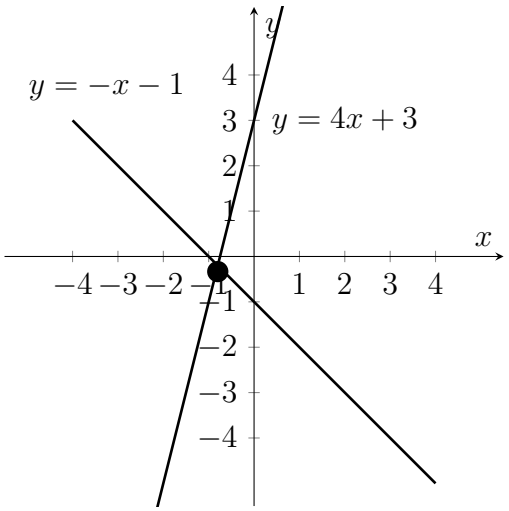
c) lösningar saknas



d) $x \leq 0$



4.2 Vi har $f(2x) = 4x+3$ och $g(-x) = -x-1$. Ekvationen $f(2x) = g(-x)$ har lösningen $x = -\frac{4}{5}$. Vi illustrerar linjerna $y = f(2x) = 4x + 3$ och $y = g(-x) = -x - 1$ samt deras skärningspunkt $\left(-\frac{4}{5}, -\frac{1}{5}\right)$.



4.3 a) $x - y - 1 = 0$ b) $2x + y - 3 = 0$ c) $x - 1 = 0$ d) $2x + 3y + 1 = 0$

A.5 Andragradsfunktioner och -ekvationer

5.1 a) $x = \pm 2$ b) $x = 0$, $x = -2$ c) $x = \pm\sqrt{2}$ d) $x = 0$, $x = 1$

5.6 a) $x = -2$ b) $x = -3 \pm \sqrt{19}$ c) $x = -2 \pm \frac{3}{\sqrt{2}}$ d) lösningar saknas

5.7 a) $b = \pm 2$ b) $b > 2$, $b < -2$ c) $-2 < b < 2$